

2

Números enteros

Ejemplo 4

En la Figura 1.7 se ubicaron los números enteros comprendidos entre -7 y 5 .



Figura 1.7

Ejemplo 5

En la representación de la recta numérica se observa que dos números enteros opuestos están a la misma distancia de 0, pero en lados contrarios. Por ejemplo, en la Figura 1.8 se representan los números opuestos -4 y 4 .

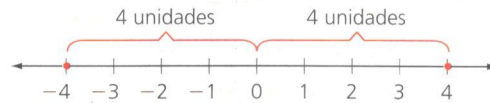


Figura 1.8

Se observa que la distancia entre -4 y 0 es la misma que entre 0 y 4 ; es decir, 4 unidades.

Ejemplo 6

Observa las siguientes afirmaciones.

- El conjunto de los números naturales está contenido en el de los enteros.
- El 0 es un número entero positivo.
- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}^-$
- $-[-(-10)] = -10$

El valor de verdad de cada afirmación es:

- Verdadero. Todo número natural es entero positivo.
- Falso. El 0 es el único número entero que no es positivo ni negativo.
- Falso. El conjunto \mathbb{Z}^- está contenido en el conjunto \mathbb{Z} .
- Verdadero. El opuesto de $[-(-10)]$ es -10 .

Actividades de aprendizaje

Comunicación

- Escribe un número entero que exprese la cantidad mencionada en cada caso.
 - La cima de la montaña está a 568 m de altura.
 - Pitágoras nació en el siglo VI a. C.
 - El submarino está a 120 m de profundidad.
 - La temperatura de una ciudad es de 5°C bajo cero.
 - Pablo consignó \$ 500 000 en su cuenta.
 - Sofía debe \$ 350 000 al banco.
- Explica el significado de los números enteros utilizados en las siguientes expresiones.
 - La temperatura mínima registrada hoy fue de -3°C .
 - El buzo se encuentra a -50 m.
 - El alpinista está a $+600$ m.
 - El ascensor quedó detenido en el piso -2 .
 - La Edad Media comenzó aproximadamente hacia el año 1476.
 - El estado de cuenta es de \$ 700 000.

Razonamiento

3 Escribe \in o \notin , según corresponda.

- a. $-25 \dots \mathbb{Z}^-$
- b. $34 \dots \mathbb{Z}^+$
- c. $-67 \dots \mathbb{Z}^+$
- d. $58 \dots \mathbb{Z}^-$
- e. $-46 \dots \mathbb{Z}^+$
- f. $31 \dots \mathbb{Z}^+$
- g. $-15 \dots \mathbb{Z}^-$
- h. $72 \dots \mathbb{Z}^-$

4 Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

- a. El opuesto de un entero negativo es negativo.
- b. El opuesto del opuesto de un número positivo es negativo.
- c. La distancia entre dos números opuestos es el doble de la distancia entre uno de los números y el 0.
- d. El opuesto de un número entero positivo es negativo.

5 Determina y escribe el número entero que debe ir en cada casilla.

a.

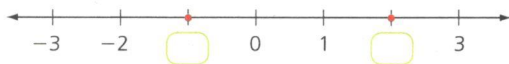


Figura 1.9

b.



Figura 1.10

c.

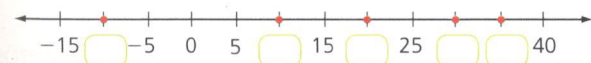


Figura 1.11

Comunicación

6 Ubica los números de cada grupo en la recta numérica.

- a. 5, -6, -4, 3, -2, 6
- b. -10, -6, 8, 4, -2, 12

7 Escribe el número opuesto que se indica en cada caso.

- a. $-(-8)$
- b. $-(+7)$
- c. $-[-(-1)]$
- d. $-[-(-11)]$

Razonamiento

8 Observa la Figura 1.12 y resuelve.

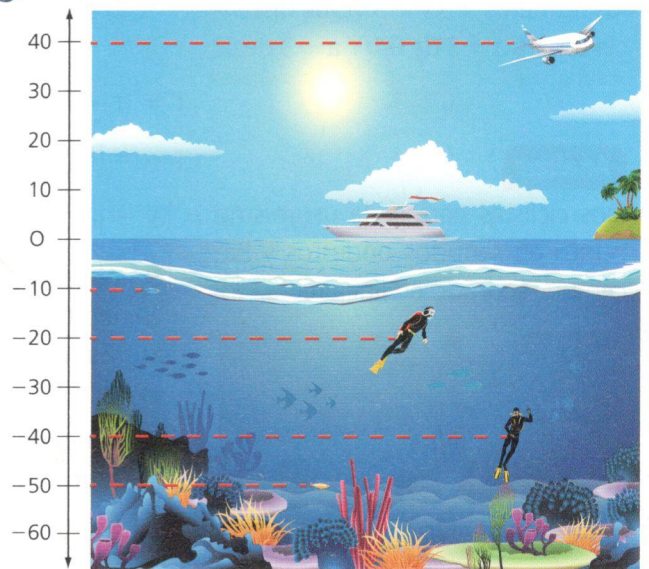


Figura 1.12

- a. ¿A qué profundidad con respecto al nivel del mar se encuentra cada uno de los buzos?
- b. ¿A qué altura con respecto al nivel del mar se encuentra el avión?
- c. ¿A qué profundidad con respecto al nivel del mar se encuentra el pez amarillo?
- d. ¿En qué punto con respecto al nivel del mar se encuentra el barco?

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Analiza cada situación y responde las preguntas.
 - ★ a. ¿Qué número se encuentra 4 unidades a la izquierda de -1 ? ¿Cuál es su opuesto?
 - b. El entero m está 5 unidades a la izquierda de n . Si $n = -2$, ¿cuál es el valor de m ?
 - c. Los enteros m y n están separados por 10 unidades. Si la distancia de m a 0 es de 3 unidades, ¿cuáles son las posibles distancias de n a 0?
 - d. Un número positivo está al doble de unidades de 0 que un número negativo, y los dos están separados por 27 unidades. ¿Cuáles son esos números?

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Determina estos valores absolutos.

- a. $|-3|$
- b. $|54|$
- c. $| -(-11) |$
- d. $|-6|$
- e. $|-a|$
- f. $|-x|$

2 Calcula el resultado de cada operación.

- a. $|-3| \cdot |8|$
- b. $|-9| + |-13|$
- c. $|-25| \div |5|$
- d. $|-30| \div |-10|$
- e. $|-8| \cdot |-4|$
- f. $|-5| + |-10|$

Razonamiento

3 Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

- a. El valor absoluto de un número siempre es un entero positivo. ()
- b. El valor absoluto de 0 es 1. ()
- c. El valor absoluto de un número entero a positivo siempre es $-a$. ()

4 Halla el valor de x para que cada expresión sea verdadera. Explica en el caso en que la igualdad no pueda ser verdadera.

- a. $|x| = 15$
- b. $|-3| = x$
- c. $|-x| = 7$
- d. $|x| = 0$
- e. $|8| = x$
- f. $| -(-13) | = x$
- g. $|x - 3| = 12$
- h. $|x| = -11$

Comunicación

5 Encuentra, en cada caso, el número entero que cumple la condición dada.

- a. Su valor absoluto es 8 y está a la izquierda de 0.
- b. Su valor absoluto es 3 y está entre -4 y -2 .
- c. Su valor absoluto es igual al de su opuesto.
- d. Su valor absoluto es 15 y está entre -10 y -20 .
- e. Su valor absoluto es 4 y se representa en la recta numérica a la derecha de -12 .
- f. Su valor absoluto es 12.
- g. El valor absoluto de su opuesto es 7.

Razonamiento

6 Señala con una X si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

	V	F
a. $ -1 = 1$	()	()
b. $ 1 = -1$	()	()
c. $ 8 - 6 = 6 - 8 $	()	()
d. $ 0 - 3 = 3 - 0 $	()	()
e. $ -6 + 3 = 3 - 6 $	()	()
f. $- 5 = -5$	()	()

Resolución de problemas

7 Buscando una dirección, Alejandro caminó inicialmente siete cuadras en un sentido. Luego, se desplazó tres cuadras en el sentido contrario. ¿Cuántas cuadras caminó en total?

Evaluación del aprendizaje

- i Un vehículo sale del estacionamiento y se desplaza 40 m al norte. Luego, se devuelve sobre la misma calle y se traslada 70 m hacia el sur y, finalmente, se mueve 20 m hacia el sur. ¿Cuántos metros recorrió en total el vehículo?
- ii Un pájaro elevándose en el aire y un buzo sumergido en el mar se encuentran a la misma distancia del nivel del mar. ¿A qué altura se encuentra el pájaro y a qué profundidad el buzo, si los separan 86 m?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Según el Instituto Colombiano de Bienestar Familiar (ICBF) el embarazo en adolescentes es un problema de salud pública, que puede tener efectos negativos en el bienestar físico y mental de la madre y de su hijo. Averigua en página del DANE indicadores relativos y absolutos sobre este tema. ¿Cómo crees que se podrían prevenir los embarazos en adolescentes?

5

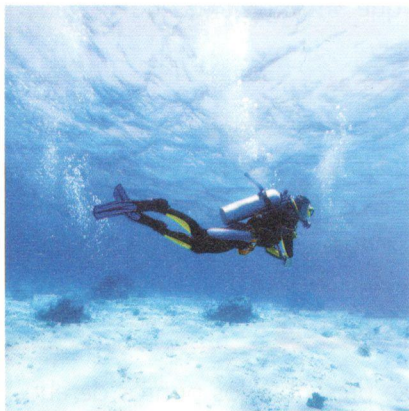
Adición de números enteros

Saberes previos

En el mes de abril se matricularon 25 418 vehículos; en mayo, 18 054 y en junio, el doble de los matriculados en mayo. ¿Cuántos vehículos se matricularon durante los tres meses?

Analiza

En una exploración del fondo marino, un buzo se sumerge en un primer momento a 45 m de profundidad, y al cabo de una hora desciende otros 27 m.



- En total, ¿cuántos metros descendió el buzo durante la exploración?

Conoce

5.1 Adición de números enteros del mismo signo

Para resolver la situación, se pueden sumar las distancias recorridas por el buzo en su descenso; es decir, se efectúa una **adición de números enteros**.

$$\begin{array}{ccc} \text{Primer descenso (m)} & & \text{Segundo descenso (m)} \\ \downarrow & & \downarrow \\ -45 & + & (-27) \end{array}$$

En la Figura 1.21 se muestra la representación de esta adición.

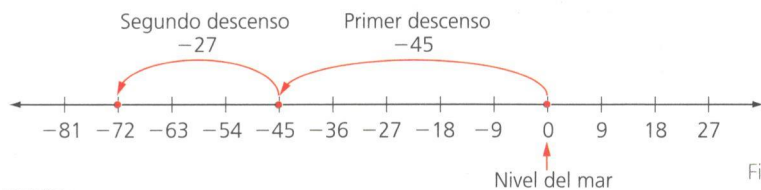


Figura 1.21

Por lo tanto:

$$-45 + (-27) = -72$$

Análiticamente, el resultado anterior es equivalente a la suma de los valores absolutos de los sumandos, precedida por el signo común de los números -45 y -27 . Esto es:

$$\begin{array}{l} \text{Suma de los valores absolutos de los sumandos} \\ \text{Signo común} \rightarrow -(|-45| + |-27|) = -(45 + 27) = -72 \end{array}$$

Se deduce entonces que el buzo descendió 72 m en total.

En la **adición de números enteros del mismo signo**, se suman los valores absolutos de los sumandos y a esta suma se le antepone el signo que tienen en común.

5.2 Adición de números enteros de diferente signo

En la **adición de números enteros de diferente signo**, se restan los valores absolutos de los sumandos y a la suma se le antepone el signo del sumando que tenga el mayor valor absoluto.

Ejemplo 1

Para efectuar la operación $-9 + 12$ se procede así:

1. Se calculan los valores absolutos de los dos sumandos.

$$|-9| = 9 \text{ y } |12| = 12$$

2. Al mayor valor absoluto se le resta el menor valor.

$$12 - 9 = 3$$

3. Al resultado se le antepone el signo del sumando que tenga el mayor valor absoluto.

$$-9 + 12 = +3$$

5

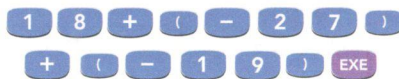
Adición de números enteros

Matemáticas

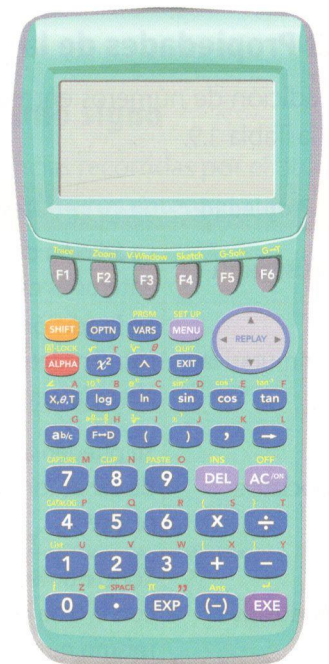
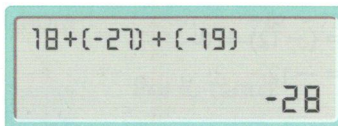
Realiza operaciones con números negativos

Identifica en tu calculadora científica las teclas $(-)$ y $(-)$. Estas te permitirán introducir cualquier adición de números enteros.

Ahora, observa la secuencia que debes ingresar en tu calculadora para efectuar la operación $18 + (-27) + (-19)$.



Con ello obtendrás el siguiente resultado:



Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Relaciona cada adición con la representación en la recta numérica que le corresponde.

- a. $-4 + (-3)$ b. $6 + 5$
 c. $-2 + 7$ d. $-8 + 5$

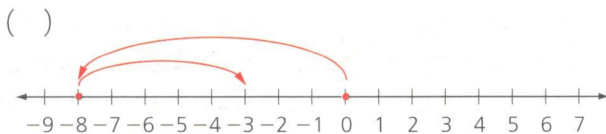


Figura 1.22

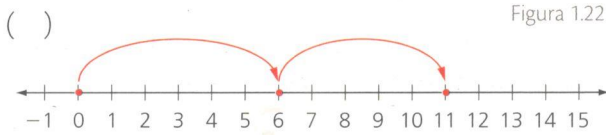


Figura 1.23

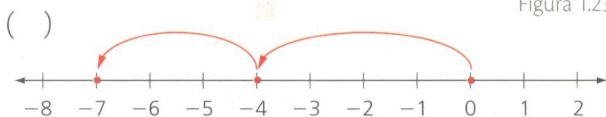


Figura 1.24

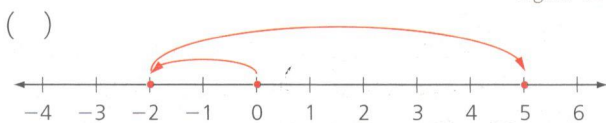


Figura 1.25

2 Calcula la suma en cada caso.

- ◆ a. $19 + (-12)$ b. $-82 + 9$
 c. $6 + (-27)$ d. $18 + (-2)$

Comunicación

3 Completa la Tabla 1.10.

a	b	a + b	a + (-b)
-5	-16		
6	-18		
-12	24		
18	31		

Tabla 1.10

Razonamiento

4 Escribe en cada caso el valor de la letra y la propiedad de la adición que se utilizó.

- a. $15 + (-8 + x) = [15 + (-8)] + (-7)$
 b. $13 + y = 0$
 c. $-23 + 54 = x + (-23)$
 d. $27 + (-27) = z$

Ejercitación

5 Efectúa las siguientes adiciones.

- ◆ a. $(+4) + (-6) + (-8) + (+10) + (-2)$
 b. $(+8) + (-60) + (+16) + (+5) + (-4)$
 c. $(-10) + (-8) + (+1) + (-6) + (-30)$
 d. $(-10) + (+2) + (-5) + (+6) + (-8)$

Comunicación

- 6 ¿Qué obtienes si al número entero 349 le sumas 85 y al resultado le sumas -434 ? ¿Qué propiedad de la adición cumple este resultado?

Razonamiento

- 7 Completa la pirámide numérica de la Figura 1.26. Ten en cuenta la información de la pirámide de la izquierda.

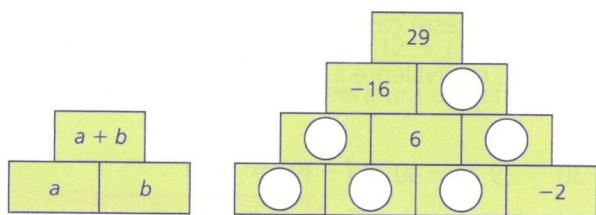


Figura 1.26

- 8 Completa cada cuadrado mágico con números enteros de tal manera que la suma de sus columnas, filas y diagonales sea la misma.

a.

5		
	1	
10		-3

b.

-8		
	-3	0
		2

c.

7		
-6		
5		-3

d.

	-7	
-9		
-4		-8

- 9 Determina si la afirmación es verdadera o falsa.

- a. El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.
- b. Al adicionar números enteros que están a la izquierda del 0, se obtiene un número entero negativo.
- c. La suma de dos enteros negativos es negativa.
- d. Dos números son opuestos si al sumarlos se obtiene como resultado 1.

- 10 Encuentra y corrige el error en las siguientes adiciones de números enteros.

a. $-13 + 46 + (-17) + 8 + (+5)$
 $= -13 + (-17) + 46 + 5 + 8$
 $= 30 + 59$
 $= 89$

b. $-45 + 4 + (-7) + 8 + (-5)$
 $= 4 + 8 + (-45) + (-7) + (-5)$
 $= -12 + 57$
 $= -45$

Resolución de problemas

- 11 Tres niñas recibieron de sus padres cierta cantidad de dinero para ir de compras. La primera recibe \$ 55 000, la segunda \$ 5 000 más que la primera y la tercera recibe la suma de las otras dos juntas. ¿Cuánto recibió cada niña?

- 12 Pitágoras, famoso filósofo y matemático griego, nació en el año 571 a. C. Según la historia, este personaje murió a los 85 años de edad. ¿En qué año murió Pitágoras?

Evaluación del aprendizaje

- i Tiberio Claudio César Augusto Germánico, historiador y político romano, nació el 1 agosto del año 11 a. C. y murió el 13 octubre del año 54 d. C. ¿Cuántos años vivió?
- ii La adición de dos números es -17 . Calcula el número menor, si el mayor es -8 .

Estilos de vida saludable

Liliana sigue un plan de entrenamiento antes de participar en una maratón. El plan incluye correr durante 20 semanas: 8 km el lunes, 8 km el miércoles, 8 km el viernes y 16 km el sábado.

- ¿Cuántos kilómetros corre Liliana semanalmente? ¿Por qué es importante el entrenamiento?